

Chapter 4 消費者均衡

一、效用(utility)

藉由消費行為所獲得的滿足感

- 基本假設：消費者追求效用極大
- 均衡：達效用極大時
- 兩大類型的效用
 1. 計數效用 Cardinal utility
可以數值大小表示。
e.g. 喝一杯咖啡的效用是 2，喝一杯水效用的是 1。
 2. 序列效用 Ordinal utility
只能排出偏好順序。
e.g. 喝一杯咖啡的效用比喝一杯水效用大。

二、計數效用分析法(cardinal utility approach)

● 總效用 total utility

消費者消費某一數量財貨所獲得的效用總和

- 衡量效用的單位：util

● 邊際效用 marginal utility

當消費者多消費一單位財貨所獲得效用的增量

$$MU_x = \frac{\Delta TU_x}{\Delta X}$$

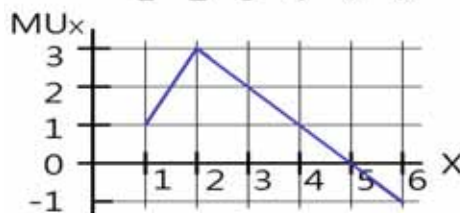
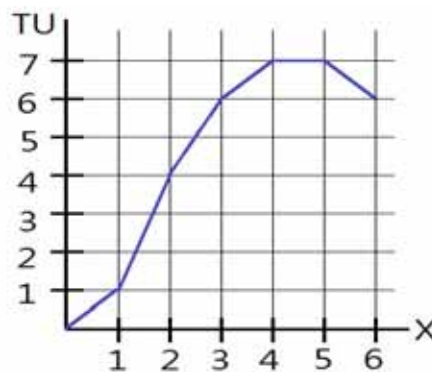
● 邊際效用遞減法則 Law of diminishing marginal utility

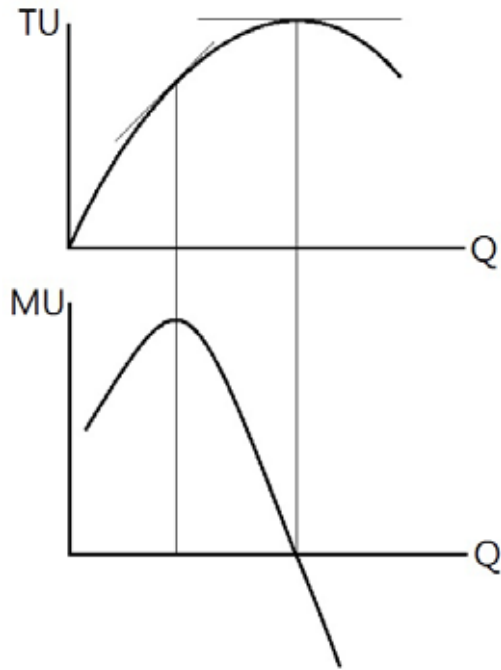
人們在既定期間內消費某特定商品，消費量增加時，總效用的增量(邊際效用)，中就會呈現遞減。

● 總效用與邊際效用

$$MU_x = \frac{\Delta TU_x}{\Delta X}$$

X	1	2	3	4	5	6
TU	1	4	6	7	7	6
MU	1	3	2	1	0	-1





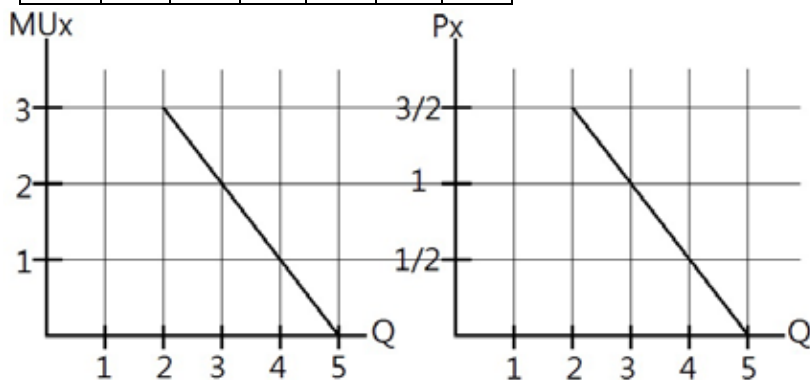
● 需求線與邊際效用的關係(單一財貨)

- 需求價格：針對特定的數量，消費者願意且能夠支付的最大金額。
- 消費者均衡：在預算下，達大最大效用。

$$P_x = \frac{MU_x}{MU_m}$$

設一元的 $MU_m=2$

X	1	2	3	4	5	6
TU	1	4	6	7	7	6
MU	1	3	2	1	0	-1
P_x	1/2	3/2	1	1/2	0	



● 需求線與邊際效用的關係(兩種財貨)

消費者在預算限制下，追求效用極大(最大滿足)

$$TU(x,y) = TU_x + TU_y$$

例：設兩種財貨 x,y ， $P_x=20$ $P_y=10$ $M=100$

*MU/P：每一元消費所增加的效用(每元邊際效用)

Q	TU _X	MU _X	MU _Y	MU _X /P _X	MU _Y /P _Y
1	240	240	150	12	15
2	460	220	130	11	13
3	660	200	120	10	12
4	840	180	100	9	10
5	1000	160	80	8	8
6	1140	140	60	7	6
7	1260	120	40	6	4

$$\rightarrow \frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y} = K$$

K	X	Y
12	1	3
10	3	4
8	5	5
6	7	6

每 1 元的選擇用途 $\left\{ \begin{array}{l} \text{購買 } \frac{1}{P_X} \text{ 單位的 X} \rightarrow \text{效用增加 } \frac{1}{P_X} * MU_X \text{ 單位} \\ \text{購買 } \frac{1}{P_Y} \text{ 單位的 Y} \rightarrow \text{效用增加 } \frac{1}{P_Y} * MU_Y \text{ 單位} \end{array} \right.$

當 $\frac{MU_X}{P_X} > \frac{MU_Y}{P_Y} \rightarrow$ 會多買 X(少買 Y)增加效用

當 $\frac{MU_X}{P_X} < \frac{MU_Y}{P_Y} \rightarrow$ 會多買 Y(少買 X)增加效用

直到 $\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y}$ 時，才不再變動 \rightarrow 均衡

例：承上題

1. $P_X \times X + P_Y \times Y = M$ ，但 $M \leq 100$ 。求均衡

(1,3) $\rightarrow 20X + 10Y = 50 \rightarrow$ (x) M 太小

(3,4) $\rightarrow 20X + 10Y = 100 \rightarrow$ (v) $x^* = 3$ $y^* = 4$

(5,5) $\rightarrow 20X + 10Y = 150 \rightarrow$ (x) M 超過 100

(7,6) $\rightarrow 20X + 10Y = 200 \rightarrow$ (x) M 超過 100

2. 當 $M = 150$ 時。求均衡

(1,3) $\rightarrow 20X + 10Y = 50 \rightarrow$ (x) M 太小

(3,4) $\rightarrow 20X + 10Y = 100 \rightarrow$ (x) M 太小

(5,5) $\rightarrow 20X + 10Y = 150 \rightarrow$ (v) $x^* = 5$ $y^* = 5$

(7,6) $\rightarrow 20X + 10Y = 200 \rightarrow$ (x) M 超過 150

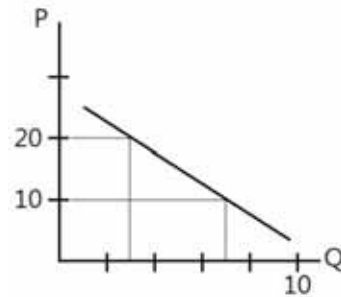
3. 當 $P_X = 20 \rightarrow P_X' = 10$ ， P_Y 不變。畫出新的需求線

Q	MU _Y /P _Y	MU _X /P _X '
1	15	24
2	13	22
3	12	20
4	10	18
5	8	16
6	6	14
7	4	12

$X=7, Y=3 \rightarrow$

$10X+10Y=100 \rightarrow (v) x^*=7 y^*=3$

$P_X=20, X=3 \rightarrow P_X'=10, X=7$ (符合需求法則)



● 練習題

假設小林對 x, y 的邊際效益分別為 $MU_x = 10 - X$ 、 $MU_y = 20 - Y$ ，而 $P_x = 10$ 、 $P_y = 20$ 、 $M = 100$

1. 小林將全部所得用於消費 x, y 時，應各消費多少可使效用極大？

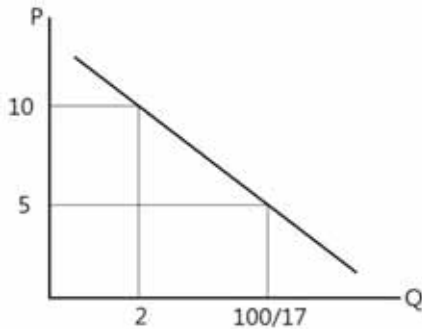
均衡條件：

$$\begin{cases} 10X + 20Y = 100 \\ \frac{10 - X}{10} = \frac{20 - Y}{20} \end{cases}$$

$20 - 2X = 20 - Y \quad Y = 2X$ 代入第一式

$10X + 20X = 100 \quad X^* = 2, Y^* = 4$

3. 畫出 X 的需求線



5. 計算所得彈性

$$E_x^M = \frac{\Delta Q}{\Delta M} * \frac{M}{Q} = \frac{1}{50} * \frac{250}{4} = \frac{5}{4} > 1$$

為正常財

2. 若 P_x 下跌為 5 元，則應各消費多少可使效用極大？

$40 - 4X = 20 - Y \quad Y = 4X - 20$

代入 $(10X + 20Y = 100)$

$5X + 80X - 400 = 100$

$85X = 500 \quad X' = 100/17 \quad Y' = 60/17$

4. 若 M 上升為 150，則應各消費多少可使效用極大？

$$\begin{cases} 10X + 20Y = 150 \\ \frac{10 - X}{10} = \frac{20 - Y}{20} \end{cases}$$

$20 - 2X = 20 - Y \quad Y = 2X$ 代入第一式

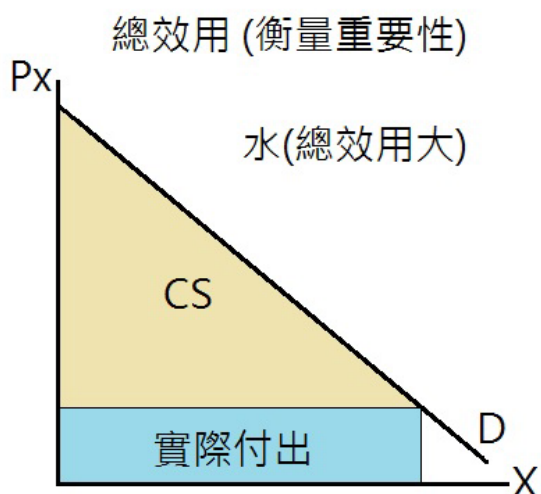
$10X + 40X = 150 \quad X^* = 3, Y^* = 6$

6. 計算交叉彈性

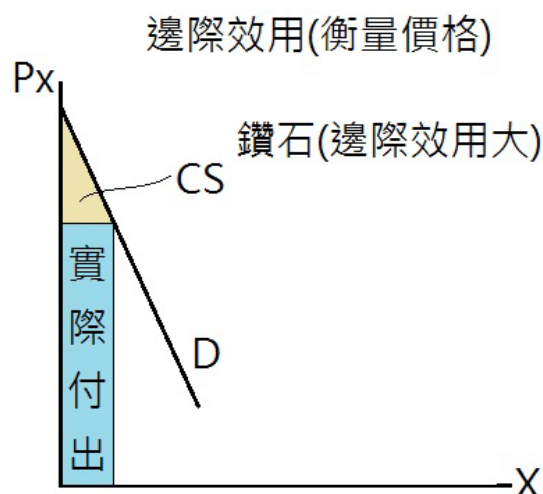
$$E_{yx} = \frac{\Delta Q_y}{\Delta P_x} * \frac{P_x}{Q_y} = \frac{8/17}{5} * \frac{15}{128/17} = \frac{3}{16} > 0$$

X, Y 為替代品

● 鑽石與水的矛盾



● 消費者剩餘



三、序列效用分析法(odinal utility approach)

● 消費者行為的公設 Axiom (無異曲線必要假設)

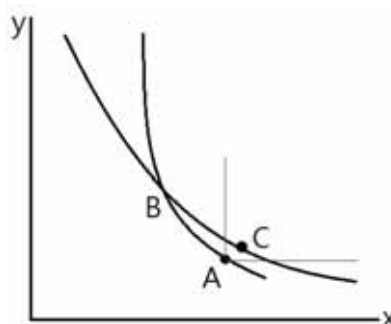
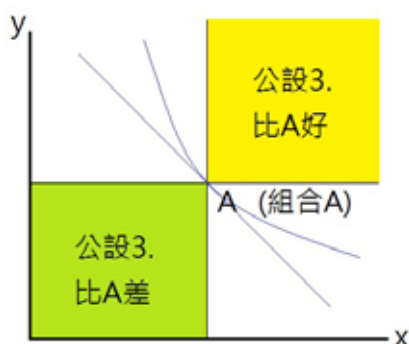
1. 完整性 Completeness：任給 2 種消費組合，皆可比較偏好。
2. 遞移性 Transitivity：若組合 $A \geq B$ 、 $B \geq C$ ，則 $A \geq C$
3. 無飽和性 Local non-satiation：消費財貨量愈多，消費者的滿足感愈大。
4. 平均的比極端好：MRS 為遞減 (邊際替代率 Marginal rate of substitution, MRS)

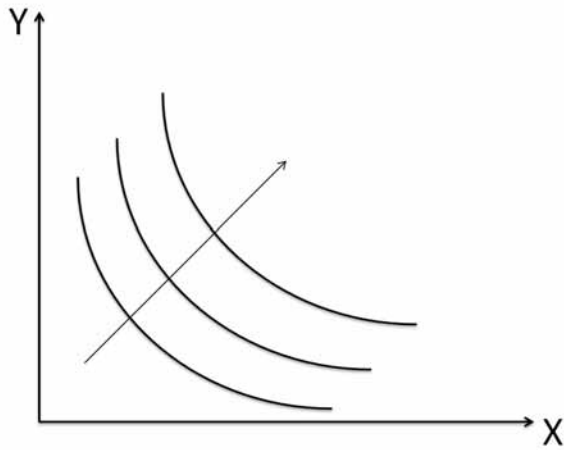
● 無異曲線 Indifference Curve

使消費者獲得同樣滿足感的 2 種商品組合的軌跡

● 特性

1. 為負斜率(公設 3.無飽和性)
2. 無異曲線有無限多條，布滿整個平面(完整性)
3. 線所在位置愈往右上方，效用愈高(無飽和性)
4. 任兩條無異曲線絕不相交(遞移性)
5. 圖形凸向原點(MRS 遞減)



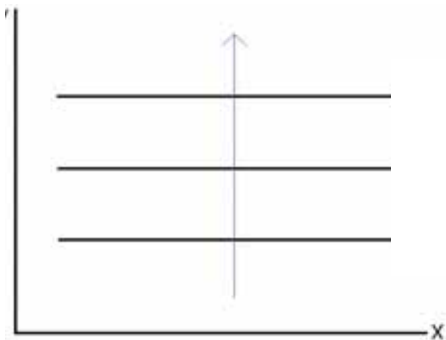


- 邊際替代率 (Marginal rate of substitution, MRS)
在消費者效用維持不變下，一項商品替代另一項商品的比率

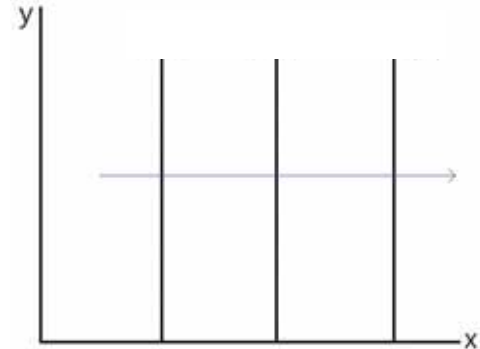
$$MRS_{XY} = \left| \frac{\Delta Y}{\Delta X} \right|$$

- 特殊的無異曲線

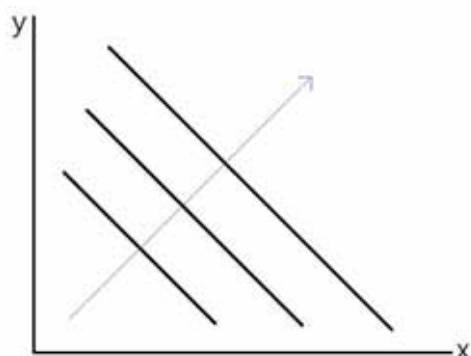
- X 是中性商品



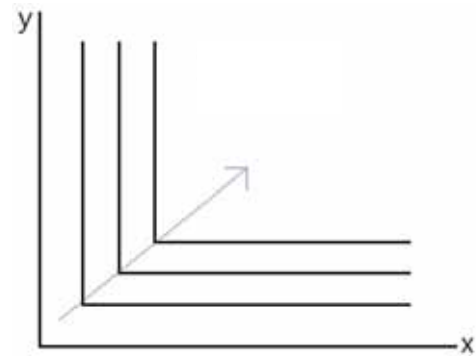
- Y 是中性商品



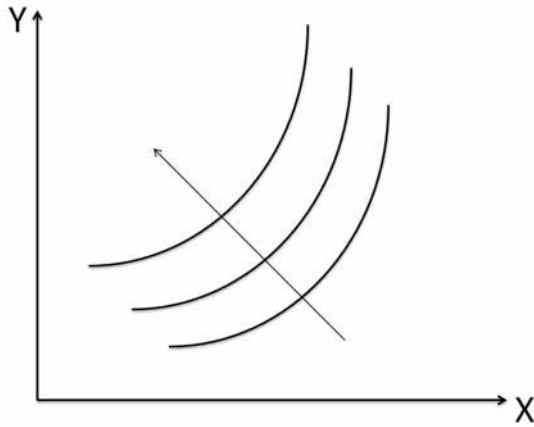
- 完全替代



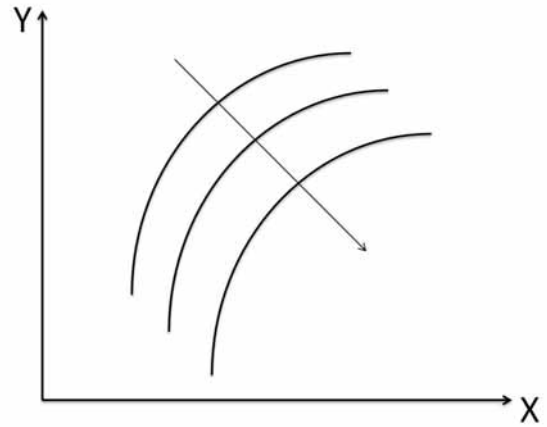
- 完全互補



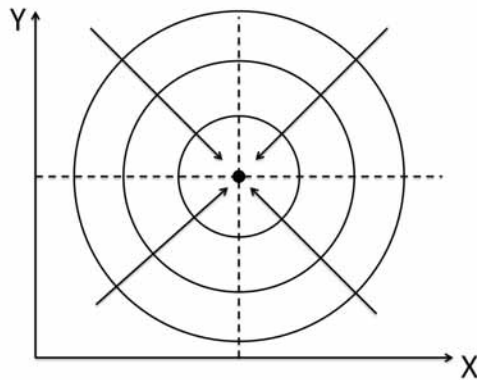
■ X 為 bads Y 為 goods



■ Y 為 bads X 為 goods

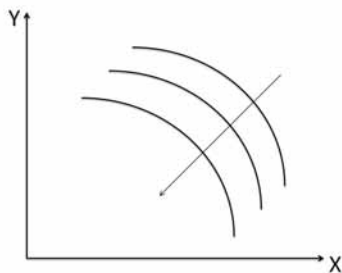


假設存在一個「極樂點 Bliss Point」：不符合「無飽和性」→無異圈

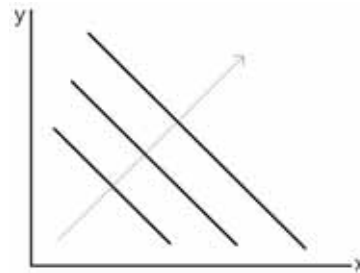


● 邊際替代率遞減法則 Law of diminishing of MRS

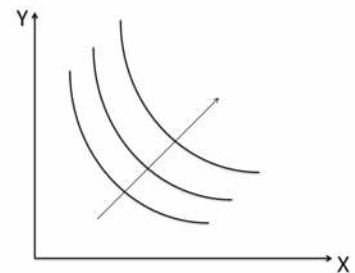
MRS 遞增



MRS 固定



MRS 遞減



四、預算線(Budge Line)

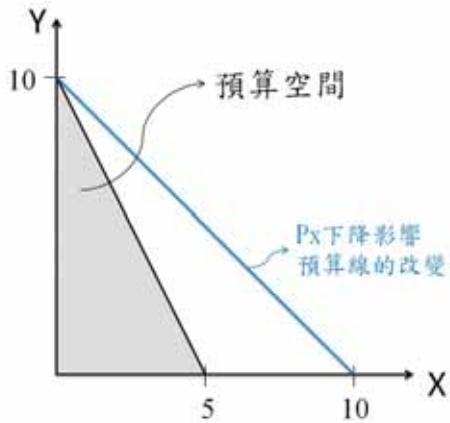
■ 預算線

消費者花光所得所能購買財貨組合的連線

$$P_X * X + P_Y * Y \leq M$$

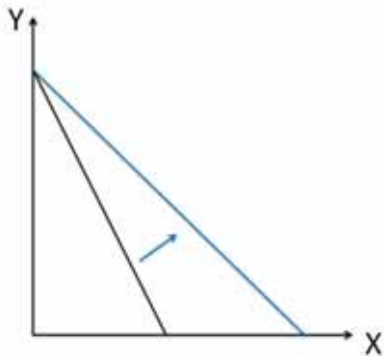
預算空間 Budge Space：消費者買得起的區域

例：設 $P_X=20 \rightarrow P'_X=10$ $P_Y=10$ $M=100$

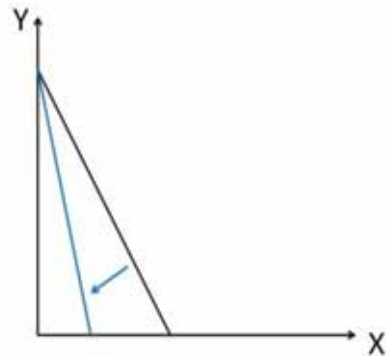


■ 預算線的斜率 $-\frac{M/P_Y}{M/P_X} = -\frac{P_X}{P_Y} \rightarrow$ 可知 $\left\{ \begin{array}{l} \text{預算線的斜率取決於相對價格} \\ \text{所得改變不影響預算線的斜率} \end{array} \right.$

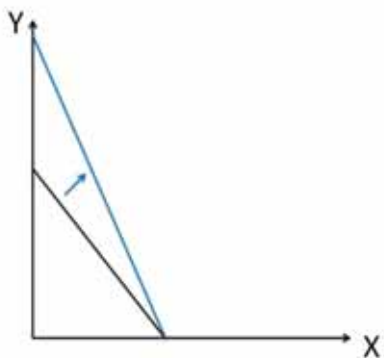
1. $P_X \downarrow$; M 、 P_Y 固定



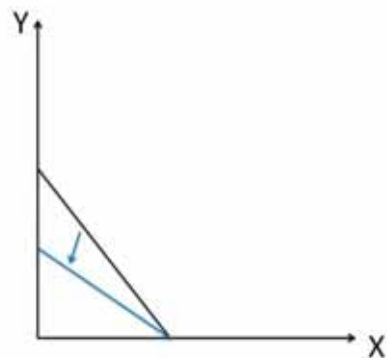
2. $P_X \uparrow$; M 、 P_Y 固定



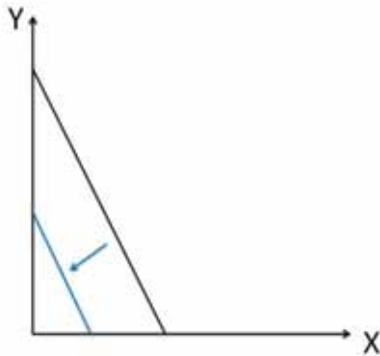
3. $P_Y \downarrow$; M 、 P_X 固定



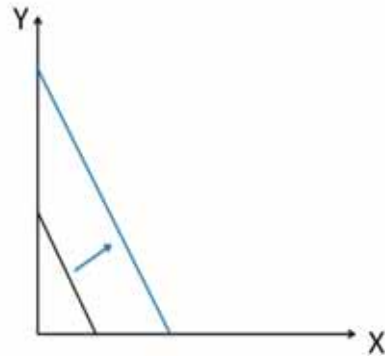
4. $P_Y \uparrow$; M 、 P_X 固定



5. $M \uparrow$; P_X, P_Y 固定



6. M ; P_X, P_Y 固定



7. P_X, P_Y, M 都變為原來的 2 倍: $2P_X + 2P_Y = 2M$ 預算線不變

五、消費者均衡

在預算限制下，達到效用極大的購買組合。(不再改變 x, y 購買組合)

→ 在無異曲線凸向原點的一般狀況下，預算線與無異曲線箱切處

| 無異曲線的切線斜率 | = MRS, | 預算線的斜率 | = P_X/P_Y

■ 消費者均衡條件:
$$\begin{cases} MRS = \frac{P_X}{P_Y} \\ P_X \cdot X + P_Y \cdot Y \leq M \end{cases}$$

● 計數效用與序列效用的消費者均衡比較

■ 計數效用

$$\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y}$$

$$P_X \cdot X + P_Y \cdot Y = M$$

■ 序列效用

$$\frac{MU_X}{MU_Y} = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$P_X \cdot X + P_Y \cdot Y = M$$

序列效用無法得知個別的 MU_X 及 MU_Y ，僅知 MRS。(又 $MRS = MU_X/MU_Y$)

$$MRS = \left| \frac{\Delta Y}{\Delta X} \right| = \frac{MU_X}{MU_Y}$$

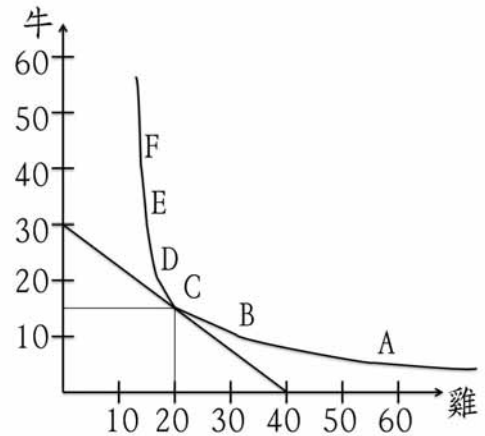
例題：

1. 下表為甲花費 60 元在肉類的偏好，且雞 \$1.5 元/g，牛 \$2 元/g，畫出無異曲線及預算線。

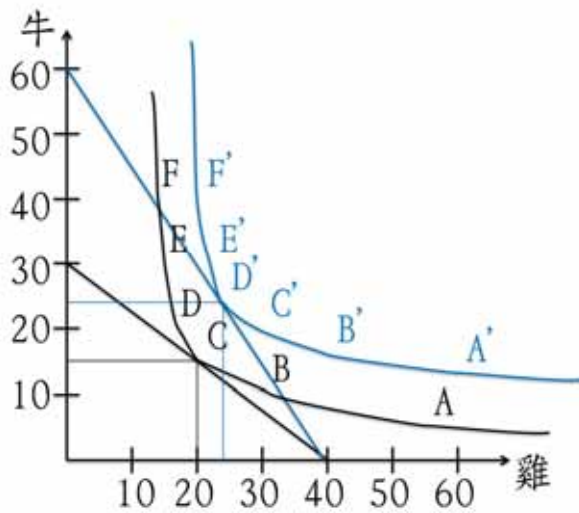
預算線： $1.5X + 2Y = 60$

M=60 Px=1.5 Py=2 Px=1.5 Py'=1

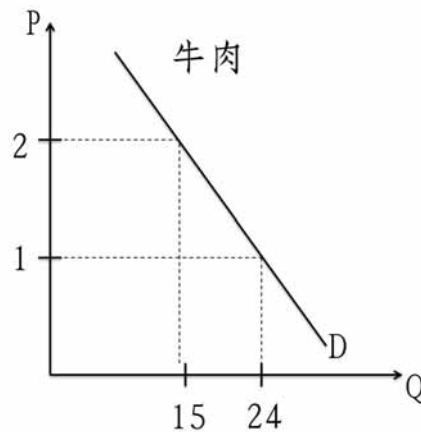
組合	雞 g/ 天	牛 g/天	雞 g/ 天	牛 g/ 天
A	55	5	60	13
B	30	10	40	16
C	20	15	30	20
D	17	20	24	24
E	15	30	22	30
F	14	40	20	40



2.承上題，當牛肉價格 $P_Y \downarrow$ ， $P_Y'=1$ ，新的預算線為 $1.5X+Y=60$



P_x 、 M 不變， $P_y \downarrow$
 $\rightarrow y^*=15 \rightarrow y'=24$



計算交叉彈性

$$\frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} \cdot \frac{P_y}{Q_x} = \frac{24 - 20}{1 - 2} \cdot \frac{1 + 2}{20 + 24} = \frac{4}{-1} \cdot \frac{3}{44} = -\frac{3}{11}$$

六、消費者均衡的變動

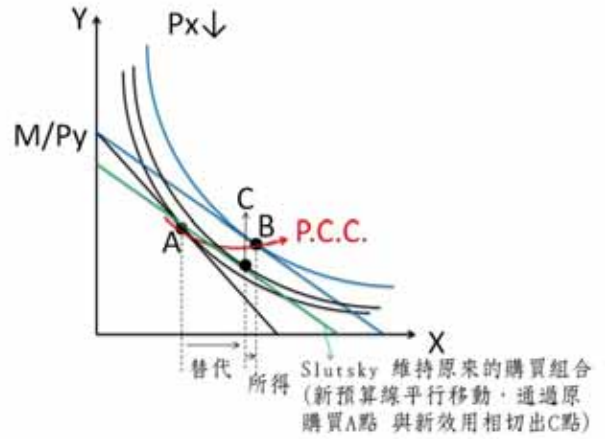
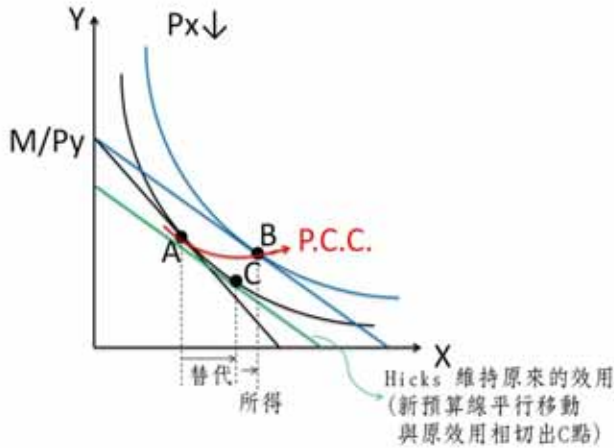
- 價格消費線 Price consumption curve / P.C.C.
價格變動所引起購買量變動的軌跡
- 所得消費線 Income Consumption Curve / I.C.C.
所得改變所引起購買量變動的軌跡
- 替代效果 Substitution effect

純粹價格改變(實質所得不變)所引起的購買量的變動

$P_x \downarrow \rightarrow X \uparrow$ (必為反向變動)

實質所得不變

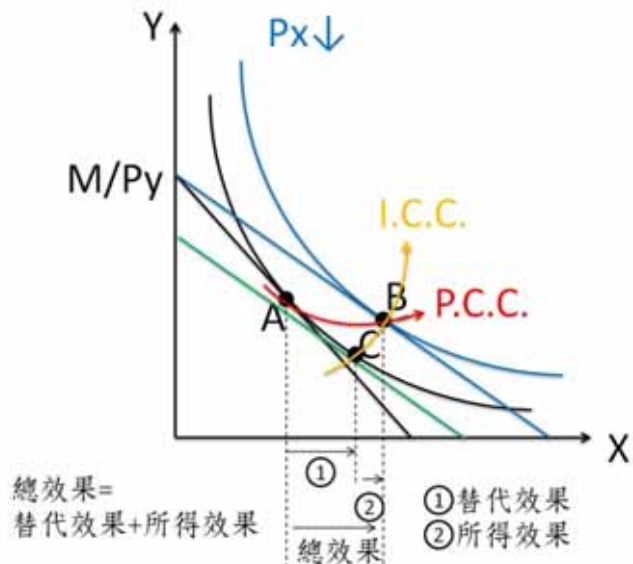
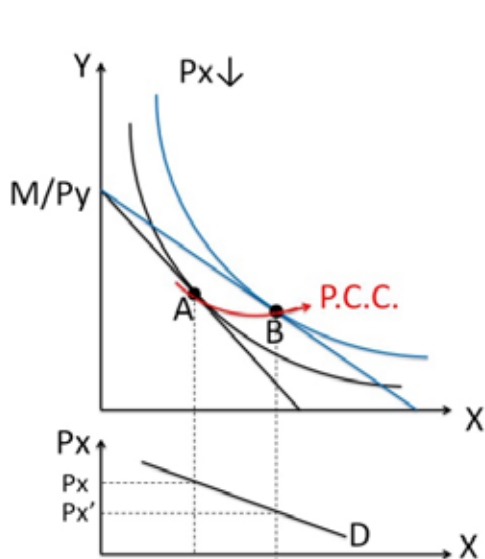
- 1. Hicks : 維持原來的效用
- 2. Slutsky : 維持原本的購買組合



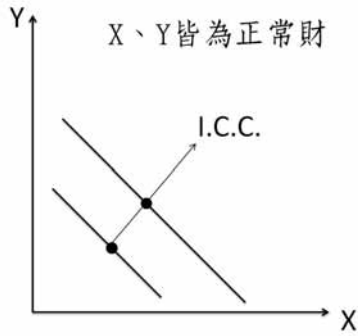
● 所得效果 **Income effect**

純粹所得改變(價格不變)所引起的購買量的變動

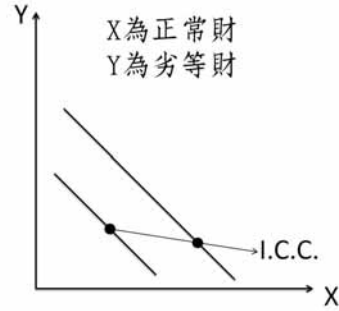
$(P_x \downarrow) \rightarrow M/P \uparrow \rightarrow \begin{cases} \text{正常財: } X \uparrow \\ \text{劣等財: } X \downarrow \end{cases}$



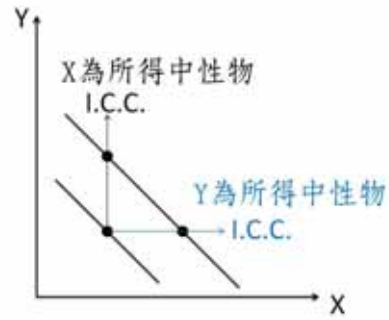
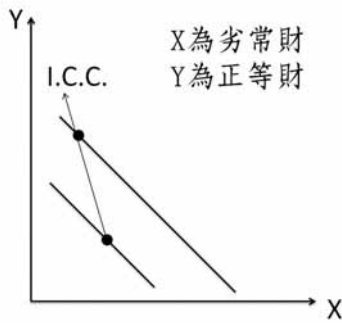
I.C.C.為正斜率：X, Y 為正常財



X 為正常財 Y 為劣等財



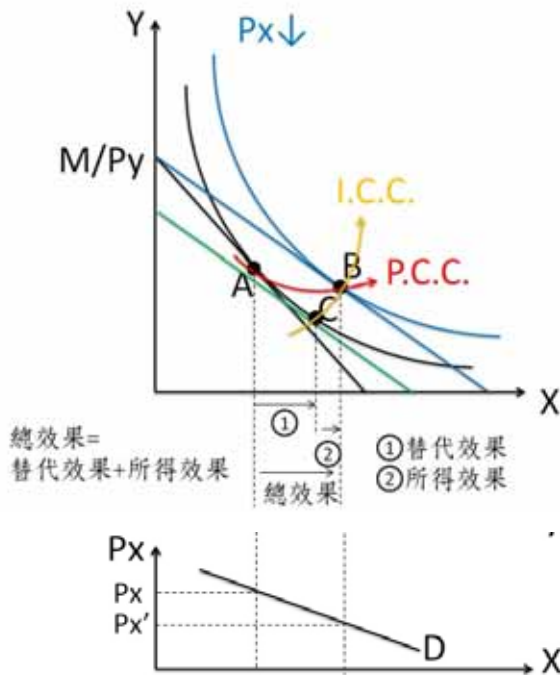
I.C.C.為負斜率：X 為劣等財 Y 為正常財 I.C.C.為垂直線：X 為中性財



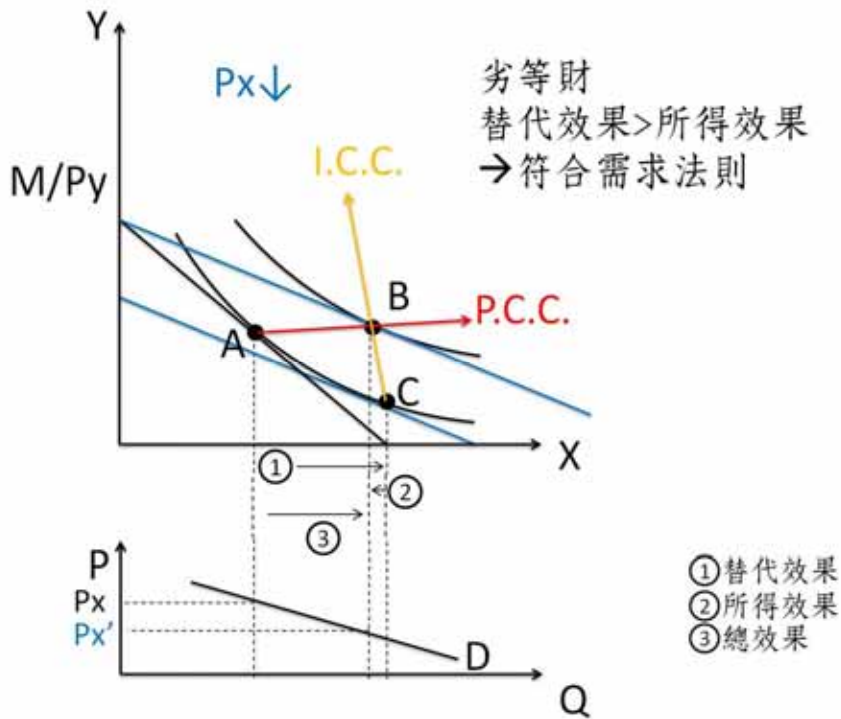
X, Y 不可能同時為劣等財

七、價格消費線與需求線及需求彈性的關係

1. 正常財

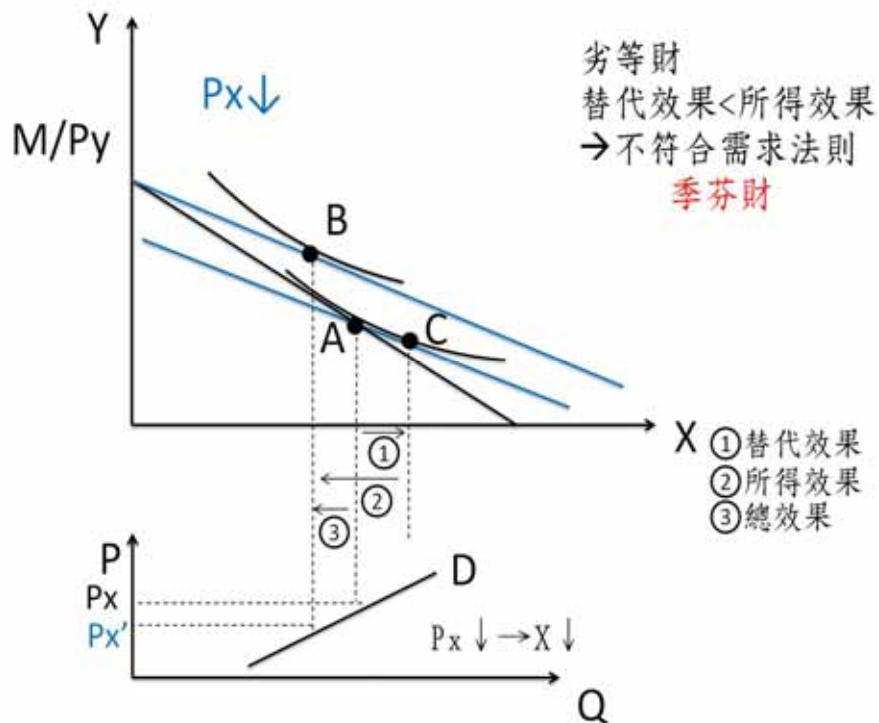


2.劣等財且替代效果>所得效果



3.劣等財且替代效果<所得效果

季芬財：需求線為正斜率

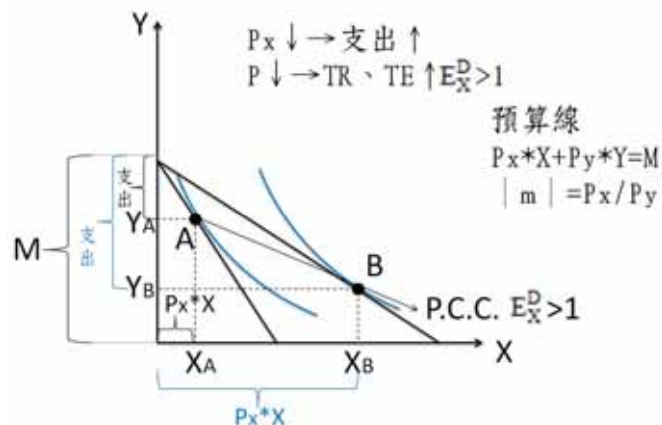


● 由價格消費線判斷交叉彈性及需求彈性

$P_X \downarrow$ (a.) P.C.C. 為負斜率：

$P_X \downarrow \rightarrow Y \downarrow \rightarrow X、Y$ 為替代品 $E_{XY} > 0$

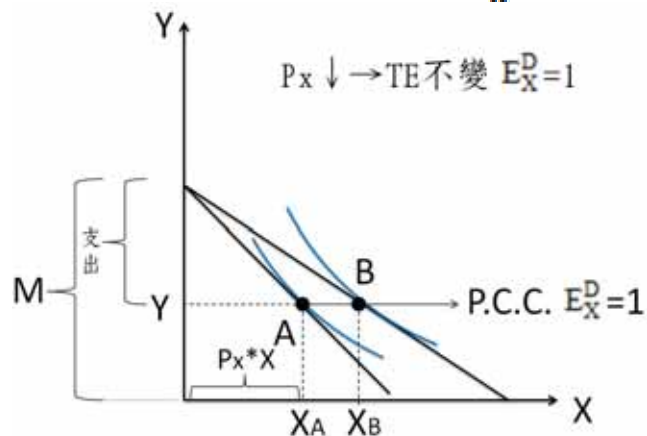
$(M - P_Y \times Y) \uparrow \rightarrow (P_X \times X) \uparrow \rightarrow E_X^D > 1$



(b.) P.C.C. 為水平線：

$P_X \downarrow \rightarrow Y$ 不變 $\rightarrow X、Y$ 為獨立財 $E_{XY} = 0$

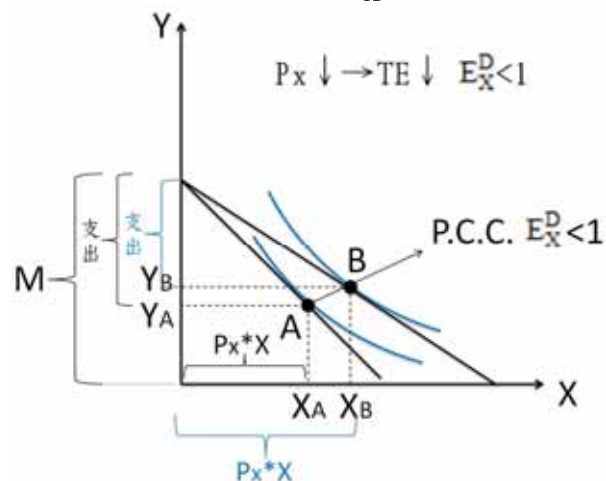
$(M - P_Y \times Y)$ 不變 $\rightarrow (P_X \times X)$ 不變 $\rightarrow E_X^D = 1$

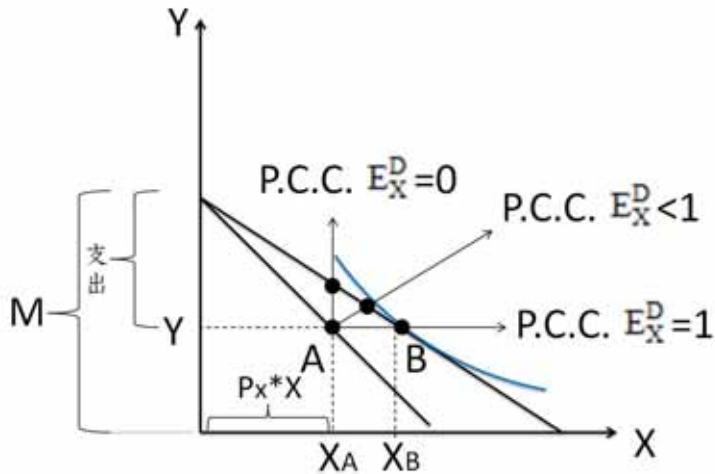


(c.) P.C.C. 為正斜率：

$P_X \downarrow \rightarrow Y \uparrow \rightarrow X、Y$ 為互補品 $E_{XY} < 0$

$(M - P_Y \times Y) \downarrow \rightarrow (P_X \times X) \downarrow \rightarrow E_X^D < 1$





八、所得消費線與 Engel Curve 及所得彈性的關係

Engel 曲線 (Engel Curve, EC)—用來描述所得與特定財貨需求量之關係的曲線

(1) I.C.C. 為正斜率

$$M \rightarrow X : E^M > 0$$

X、Y 為正常財

EC_x 為正斜率

(2) I.C.C. 為垂直線

$$M \rightarrow X \text{ 不變} : E^M = 0$$

X 為中性財 Y 為正常財

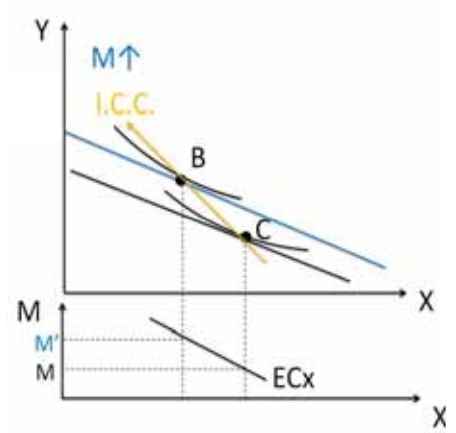
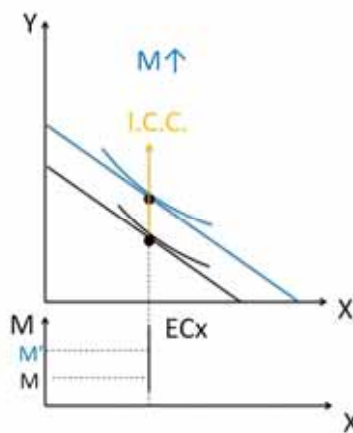
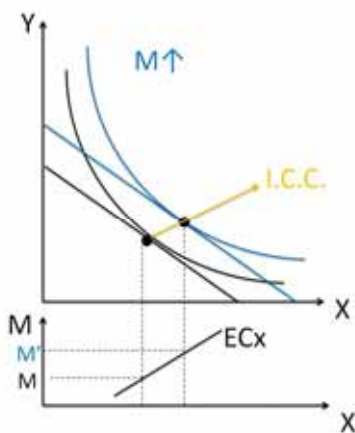
EC_x 為垂直線

(3) I.C.C. 為負斜率

$$M \rightarrow X \downarrow : E^M < 0$$

X 為劣等財 Y 為正常財

EC_x 為負斜率



練習：Engel curve 為垂直線時，需求線之形狀為何？