

Chapter 3 彈性

一、需求的價格彈性

(一)彈性(Elasticity, E)：兩個變數變動百分比的比值。

價格彈性：價格變動 1%，所引起數量變動的百分比。

$$E = \left| \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} \right| = \left| \frac{\Delta Q}{\Delta P} * \frac{P}{Q} \right| = \left| \frac{1}{m} \right| * \frac{P}{Q}$$

※只有需求彈性需加絕對值

$$\begin{cases} |m| \uparrow, D \text{ 陡}, E \downarrow \\ |m| \downarrow, D \text{ 平}, E \uparrow \end{cases}$$

(二)弧彈性與點彈性

■ 弧彈性 Arc Elasticity

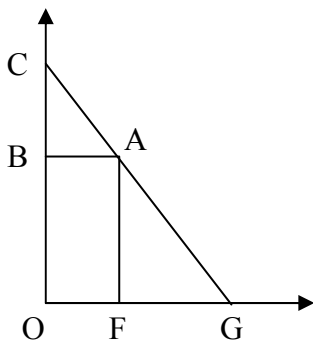
$$E = \left| \frac{Q_B - Q_A}{P_B - P_A} \right| \frac{(P_A + P_B)/2}{(Q_A + Q_B)/2} = \left| \frac{\Delta Q}{\Delta P} \right| \frac{P_A + P_B}{Q_A + Q_B}$$

■ 點彈性 Point Elasticity

$$E_A = \left| \frac{\Delta Q}{\Delta P} \right| \frac{P_A}{Q_A}$$

$$E_B = \left| \frac{\Delta Q}{\Delta P} \right| \frac{P_B}{Q_B}$$

■ 需求彈性的幾何解法：



$E_A =$

$$\left| \frac{\Delta Q}{\Delta P} \right| \times \frac{P}{Q} = \frac{AB}{BC} \times \frac{FA}{AB} = \frac{FA}{BC} = \frac{OE}{EC} = \frac{AG}{CA}$$

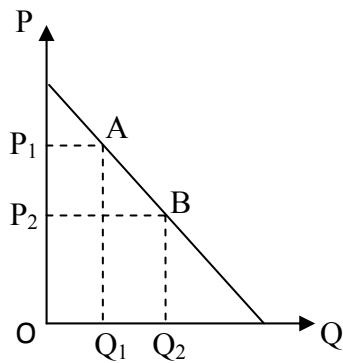
$$\left| \frac{1}{m} \right| = \left| \frac{\Delta Q}{\Delta P} \right| = \left| \frac{EA}{EC} \right|$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{OE}{OF}$$

點位於需求線上中點時，彈性=1
 點在需求線左上方時，彈性>1
 點在需求線右下方時，彈性<1

(三) 彈性與斜率的關係

- 在同一條線上，不同點的彈性不相同



$$E_A = \frac{AG}{CA}$$

$$E_B = \frac{BG}{CB}$$

$$\rightarrow E_A > E_B$$

(同斜率，可比 P、Q 大小)

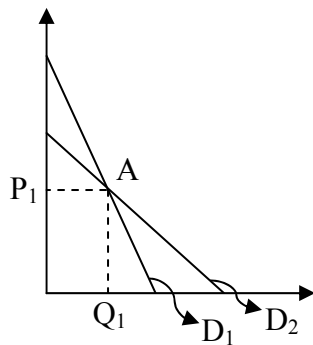
同一條需求線上，

越左上方的點彈性越大。

最大的彈性：水平線 (無限大)

最小的彈性：垂直線 (0)

- 同一點，但不同線上，彈性也不相同



$$E_{A|D_1} = \left| \frac{1}{m_{D_1}} \right| \frac{P_1}{Q_1}$$

$$E_{A|D_2} = \left| \frac{1}{m_{D_2}} \right| \frac{P_1}{Q_1}$$

$$\rightarrow E_{A|D_2} > E_{A|D_1}$$

(P、Q 相同，可比斜率大小)

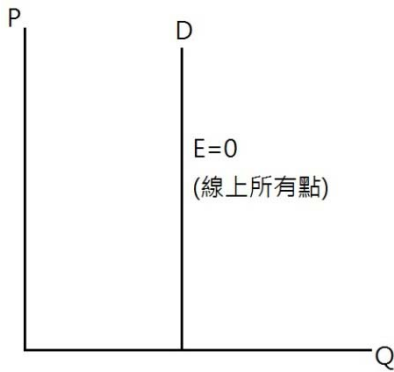
通過同一個點的需求線，

越平的彈性越大。

※負斜率直線，同一條直線上，越左上方彈性越大。

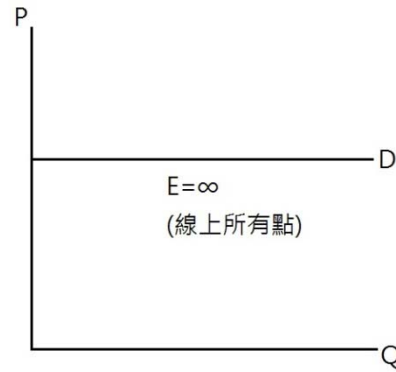
■ 需求線為垂直線

線上任一點彈性皆為 0



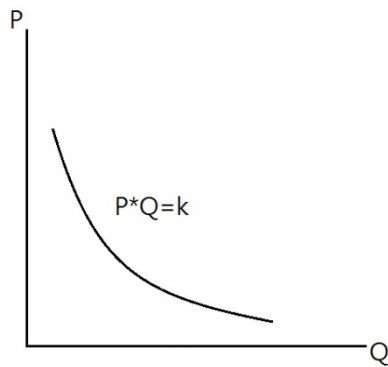
■ 需求線為水平線

線上任一點彈性皆為無限大



■ 需求線為正雙曲線

線上任一點彈性皆為 1

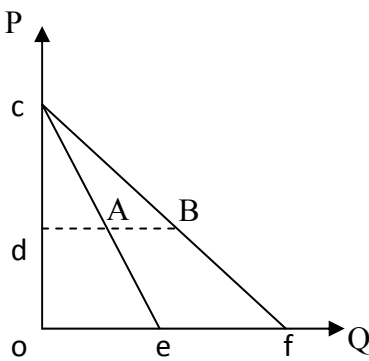


$$Q = \frac{k}{P} = k * P^{-1}$$

$$E^D = \left| \frac{\Delta Q}{\Delta P} * \frac{P}{Q} \right| = \frac{k}{P^2} * \frac{P}{\frac{k}{P}} = 1$$

(四) 彈性大小判別與比較

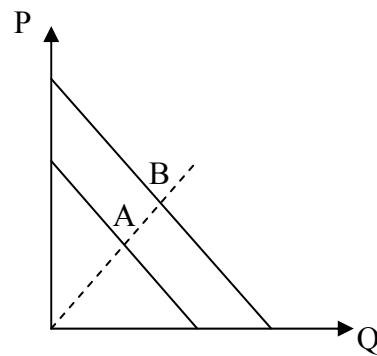
(1)



$$E_A = E_B$$

$$\frac{do}{dc} = \frac{As}{cA} = \frac{Bf}{cB}$$

(2)

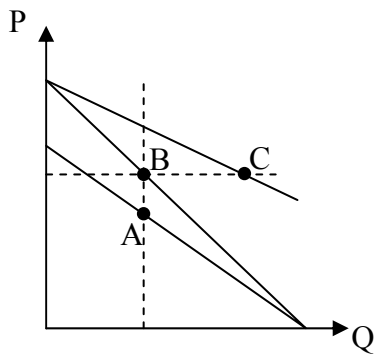


$$E_A = E_B$$

兩條線平行 → m 相同

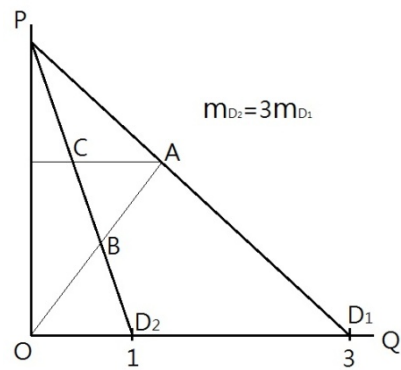
都在原點出發之射線上 → $\frac{P}{Q}$ 相同

(3)



$$E_A = E_B = E_C$$

(4)



$$E_C = E_A = 3E_B$$

$$E_A = \left| \frac{1}{m_{D_2}} \right| \frac{P}{Q}$$

$$E_B = \left| \frac{1}{m_{D_2}} \right| \frac{P}{Q} = \left| \frac{1}{3m_{D_1}} \right| \frac{P}{Q}$$

(五) 點彈性大小與總收入(總支出)之關係

TR : Total Revenue 總收入

TE : Total Expenditure 總支出

$$TR = TE = P \times Q$$

$$\frac{dTR}{dP} = \frac{dP}{dP} Q + P \frac{dQ}{dP} = Q + P \frac{dQ}{dP} = Q \left(1 + \frac{P}{Q} \frac{dQ}{dP} \right) = Q(1 - E^D)$$

$$\frac{dTR}{dP} = Q(1 - E^D) \begin{cases} > 0, \text{ if } E^D < 1 \\ = 0, \text{ if } E^D = 1 \\ < 0, \text{ if } E^D > 1 \end{cases}$$

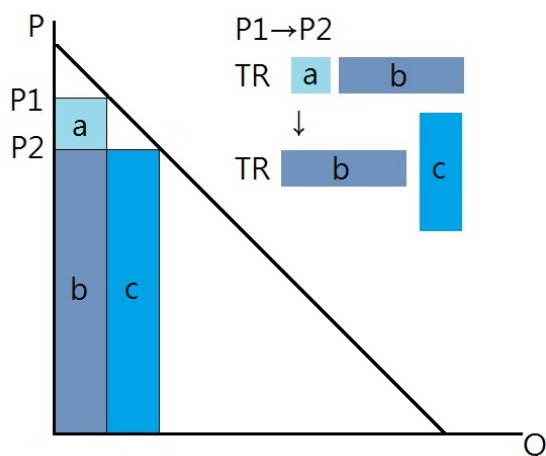
有彈性($E^D > 1$)時：P 與 TR 反向變動；廠商若欲增加收入，應採降價策略

無彈性($E^D < 1$)時：P 與 TR 同向變動；廠商若欲增加收入，應採漲價策略

彈性 >1 時，

$P \downarrow (P_1 \rightarrow P_2) \rightarrow TR \uparrow (a+b \rightarrow b+c)$

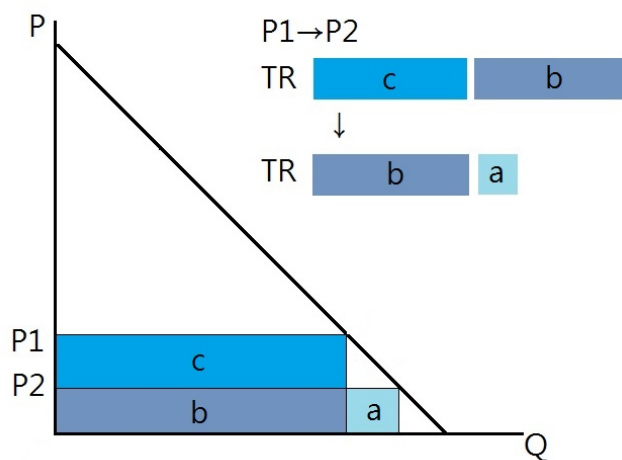
$c > a$



彈性 <1 時，

$P \downarrow (P_1 \rightarrow P_2) \rightarrow TR \downarrow (c+b \rightarrow a+b)$

$c > a$



(六) 影響需求彈性大小的因素

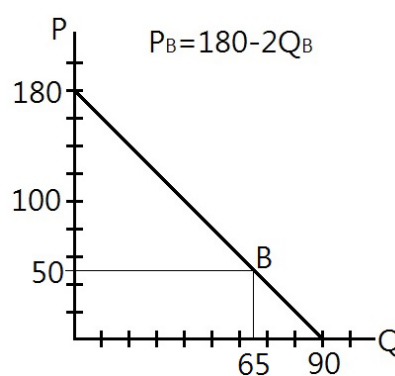
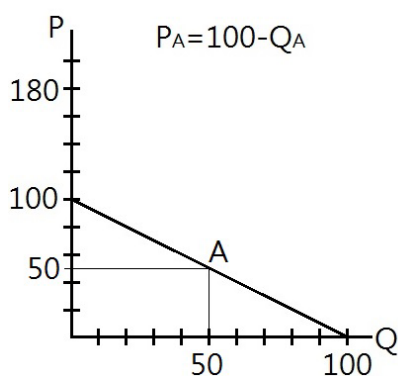
1. 替代品的多寡 (替代品多，彈性大、替代品少，彈性小)
2. 產品性質 (必需品，彈性小、奢侈品，彈性大)
3. 消費該支出所占所得比例 (比例大，彈性大)
4. 考慮時間長短 (時間長，彈性大)

(七) 彈性計算例題

例 1. A、B 兩人的需求函數 $P_A=100-Q_A$ 、 $P_B=180-2Q_B$ ，求 $P=50$ 時 A、B 兩人的 E^D

$$E_A = \left| -1 \right| \frac{50}{50} = 1$$

$$E_B = \left| \frac{-1}{2} \right| \frac{50}{65} = \frac{5}{13}$$



2. 承上題，求 $P=40$ ，A、B 兩人的弧、點彈性

$$P_A=50 \quad P_{A'}=40$$

$$Q_A=50 \quad Q_{A'}=60$$

$$P_B=50 \quad P_{B'}=40$$

$$\text{Arc } E_A = \left| \frac{10}{-10} \right| \frac{45}{50} = \frac{9}{11}$$

$$E_A = \left| \frac{10}{-10} \right| \frac{50}{50} = 1$$

$$E_{A'} = \left| \frac{10}{-10} \right| \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

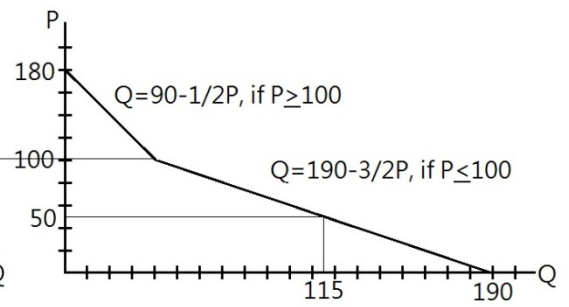
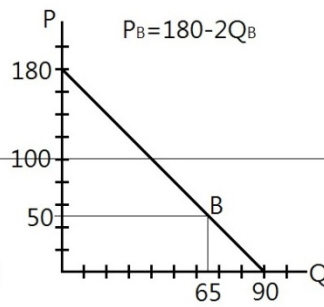
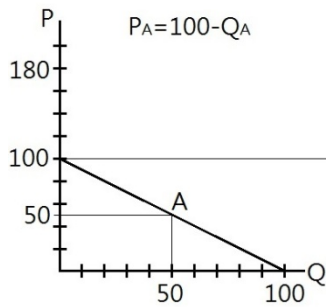
$$\text{Arc } E_B = \left| \frac{5}{-10} \right| \frac{45}{67 \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{45}{135} = \frac{45}{135} = \frac{1}{3}$$

$$E_B = \left| \frac{5}{-10} \right| \frac{50}{65} = \frac{5}{13}$$

$$E_{B'} = \left| \frac{5}{-10} \right| \frac{40}{70} = \frac{2}{7}$$

3. 承上題，求 $P=50$ 時，市場的需求彈性

$$E = \left| \frac{-3}{2} \right| \frac{50}{115} = \frac{15}{23}$$



市場需求彈性與個別需求彈性之關係：

$$Q = Q_A + Q_B$$

$$\frac{dQ}{dP} \frac{P}{Q} = \frac{d(Q_A + Q_B)}{dP} \frac{P}{Q} = \frac{dQ_A}{dP} \frac{P}{Q} + \frac{dQ_B}{dP} \frac{P}{Q} = \frac{dQ_A}{dP} \frac{P}{Q_A} \frac{Q_A}{Q} + \frac{dQ_B}{dP} \frac{P}{Q_B} \frac{Q_B}{Q} = E_A \frac{Q_A}{Q} + E_B \frac{Q_B}{Q} \quad (1)$$

$$E^{\text{Market}} = (Q^A/Q) \times E^A + (Q^B/Q) \times E^B$$

以此例題驗證(1)式：

$$(1) \text{式之右式} \quad E_A \frac{Q_A}{Q} + E_B \frac{Q_B}{Q} = 1 \frac{50}{115} + \frac{5}{13} \frac{65}{115} = \frac{15}{23} = \text{左式}$$

二、供給彈性 Price Elasticity of Supply

$$E^s = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta P/P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} = \frac{1}{m} \cdot \frac{P}{Q}$$

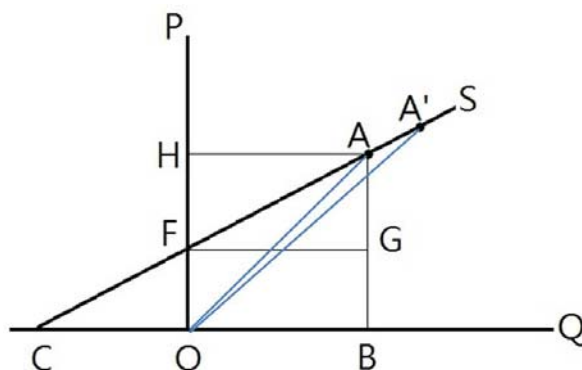
(一) 供給彈性的幾何解法

$$m = \frac{AG}{FG} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{OH}{AH} = \frac{AB}{OB}$$

$$E^s = \frac{BC}{AB} \cdot \frac{AB}{OB} = \frac{BC}{OB} > 1$$

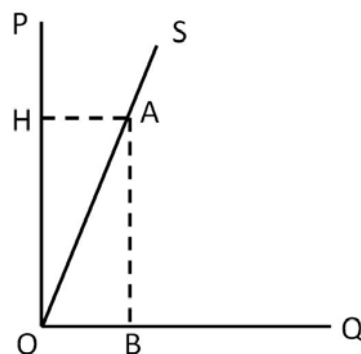
$$E_A^s > E_{A'}^s > 1$$



$$m = \frac{AB}{OB}$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{AB}{OB}$$

$$E^s = \frac{OB}{AB} \cdot \frac{AB}{OB} = 1$$

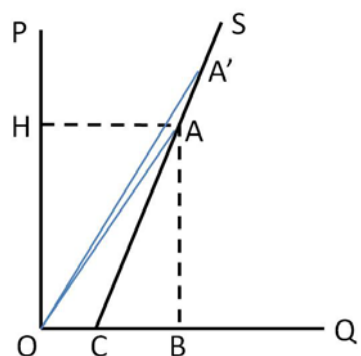


$$m = \frac{CB}{AB}$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{AB}{OB}$$

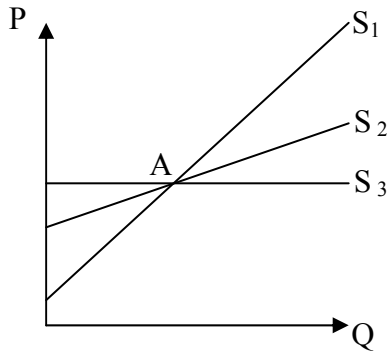
$$E^s = \frac{CB}{AB} \cdot \frac{AB}{OB} = \frac{CB}{OB} < 1$$

$$E_A^s < E_{A'}^s < 1$$

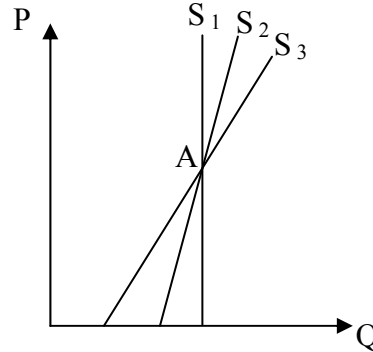


結論：

S 在 P 軸有截距 $\rightarrow E > 1$



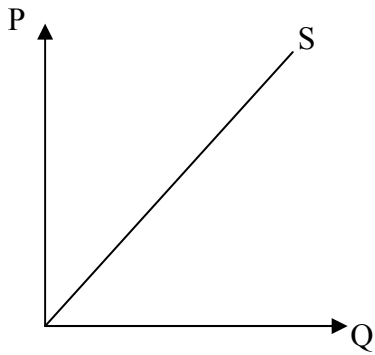
S 在 Q 軸有截距 $\rightarrow E < 1$



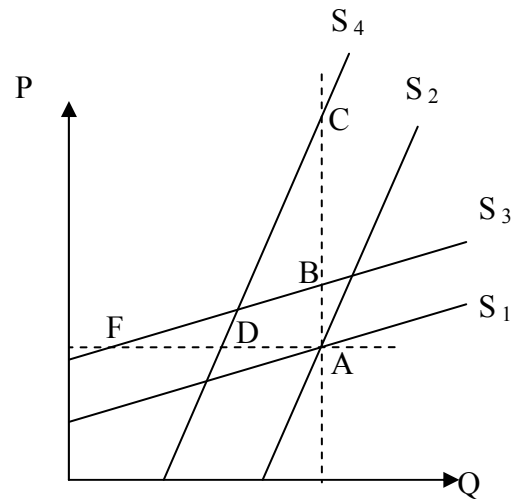
$$1 < E_{A|S_1} < E_{A|S_2} < E_{A|S_3} = \infty \quad 0 = E_{A|S_1} < E_{A|S_2} < E_{A|S_3} < 1$$

S 從原點出發， $E = 1$

練習題：供給彈性大小的比較



11



S_3 及 S_1 線上各點彈性皆大於 1 (F, B, A | S_1)

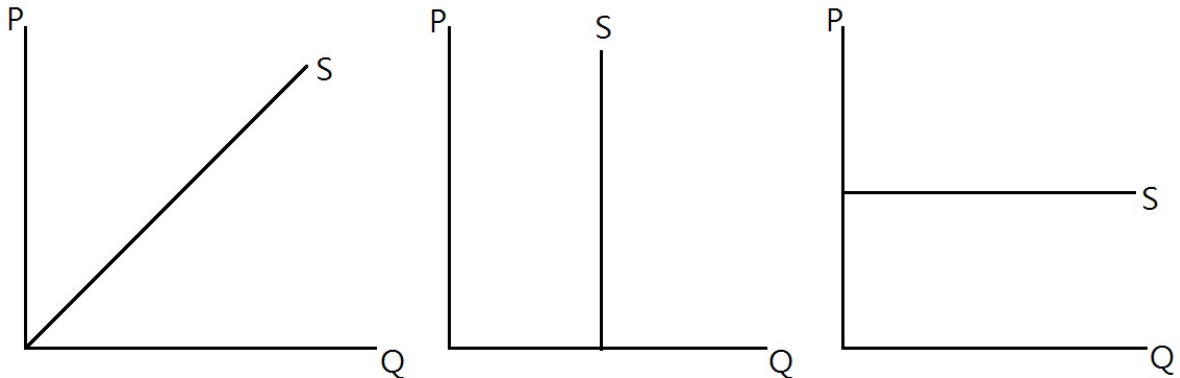
S_4 及 S_2 線上各點彈性皆小於 1 (D, C, A | S_2)

$$E_F^S > E_B^S > E_A^S > E_{A|S_1} > 1 > E_D^S > E_C^S > E_{A|S_2}$$

【思考題】

1. 同一條線上各點供給彈性都相同的情況

從原點出發 $E^S=1$ 、垂直線 $E^S=0$ 、水平線 $E^S=\infty$



2. 同一條線上各點供給彈性不同的情況

與縱軸相交， $E^S > 1$ ，各點比較 P/Q 大小

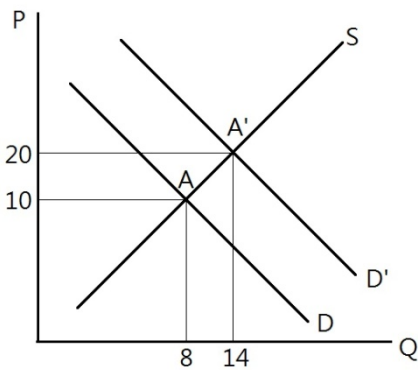
與橫軸相交， $E^S < 1$ ，各點比較 P/Q 大小

(二) 影響供給彈性大小的因素

1. 生產要素的替代性 (替代性強，供給彈性大)
2. 成本變動的敏感性 (成本變動敏感性大，供給彈性大)
3. 時間長短 (時間長，供給彈性大)

例題：颱風過後，蔬菜價格暴漲，豆芽菜也由 10 元/斤漲到 20 元/斤，台北農產運銷公司的交易量由 8 噸/天增加到 14 噸/天。計算其彈性。

計算供給彈性



$$E_A = \frac{6}{10} * \frac{10}{8} = \frac{3}{4}$$

$$E_{A'} = \frac{6}{10} * \frac{20}{14} = \frac{6}{7}$$

$$E = \frac{6}{10} * \frac{15}{11} = \frac{9}{11}$$

三、所得彈性

(一) 定義

所得變動 1% 所引起購買力變動的百分比

$$E_m = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta M/M} = \frac{\Delta Q}{\Delta M} * \frac{M}{Q}$$

(二) 由所得彈性判斷財貨性質

從 E^m 的正負判斷該財貨性質

$E^m > 0$ ，正常財

$E^m < 0$ ，劣等財

$E^m = 0$ ，所得中性物

四、交叉彈性

(一) 定義

Y 的價格變動所引起 X 數量的變動

$$E_{YX} = \frac{\Delta Q_X / Q_X}{\Delta P_Y / P_Y} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_Y} * \frac{P_Y}{Q_X}$$

(二) 由交叉彈性判斷財貨間之關係

從 E_{XY} 的正負判斷該財貨性質

$E_{XY} > 0$ ，X, Y 為替代品

$E_{XY} < 0$ ，X, Y 為互補品

$E_{XY} = 0$ ，X, Y 為獨立財

例題：假設有 A、B 兩廠商分到生產 X、Y 兩種產品

$$P_X = 80 - Q_X \quad P_Y = 100 - 2Q_Y$$

(1) 求 $Q_X = 30$ ， $Q_Y = 30$ 時的點彈性

$$Q_X = 30, \quad P_X = 80 - 30 = 50, \quad E_X^D = |-1| * \frac{50}{30} = \frac{5}{3}$$

$$Q_Y = 30, \quad P_Y = 100 - 2 * 30 = 40, \quad E_Y^D = \left| \frac{-1}{2} \right| * \frac{40}{30} = \frac{2}{3}$$

(2) 求 Q_X 降為 10， Q_Y 升為 40 時之弧彈性

$$Q_X = 30 \quad P_X = 50, \quad Q_X' = 10 \quad P_X' = 70$$

$$E_X^D = \left| \frac{10 - 30}{70 - 50} \right| * \frac{60}{20} = 3$$

$$Q_Y = 30 \quad P_Y = 40, \quad Q_Y' = 40 \quad P_Y' = 20$$

$$E_Y^D = \left| \frac{40 - 30}{20 - 40} \right| * \frac{30}{35} = \frac{3}{7}$$

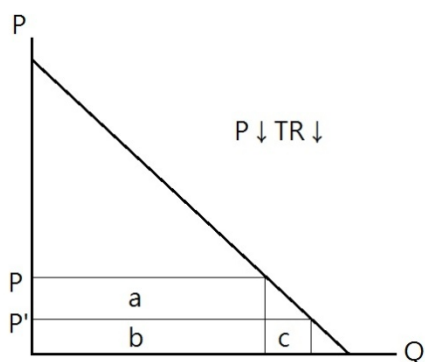
(3) XY 之間關係為何？其交叉彈性為何？

$$E_{YX} = \frac{\Delta Q_X / Q_X}{\Delta P_Y / P_Y} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_Y} * \frac{P_Y}{Q_X} = \frac{40 - 30}{70 - 50} * \frac{60}{35} = \frac{6}{7}$$

X, Y 為替代品

五、價格彈性的應用

1. 穀賤傷農

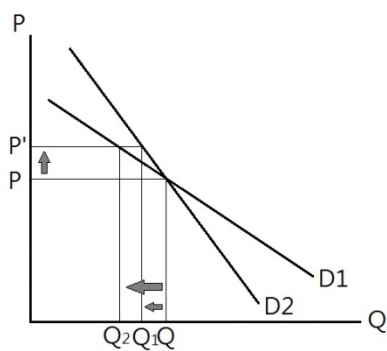


農產品需求彈性小

$P \rightarrow P'$ $TR = a+b \rightarrow TR' = b+c$

$P \downarrow \rightarrow TR \downarrow$

2. 以價制量



在彈性大的時候，提高一些價格就可以輕易控制數量。

D_1 (彈性較大)

$P \rightarrow P'$ $Q \rightarrow Q_2$ (數量減少較多)

D_2 (彈性較小)

$P \rightarrow P'$ $Q \rightarrow Q_1$ (數量減少較少)